Rev.Div.Amarun, **2**, 16–26, (2015)

Revista de Divulgación | **AMARUN** *www.amarun.org*

Diversiones geométricas en Ingapirca

Diego Chamorro[1]

Resumen

En este pequeño artículo de divulgación deseo mostrar, de forma totalmente empírica, algunas relaciones y proporciones geométricas que he observado en una corta visita a las ruinas de Ingapirca, complejo arqueológico cañari e inca situado en el sur de los andes ecuatorianos. En particular veremos que en ciertas partes de lo que se denomina el "templo del sol" es posible evidenciar de forma aproximada el número de oro ($\frac{1+\sqrt{5}}{2}$) y la raíz cuadrada de dos ($\sqrt{2}$). Si bien las observaciones y mediciones fueron realizadas *a la mano* y sin ningún rigor científico, creo que, de verificarse de forma más rigurosa estas relaciones, esto mostraría, al menos en parte, una faceta del desarrollo matemático de los pueblos cañari e inca.

1. Introducción

Antes de empezar, creo que es necesario insistir en que las mediciones realizadas son totalmente empíricas: como veremos, las condiciones en que se realizaron estas mediciones distan mucho de ser rigurosas y no tengo la menor pretención de que estas conclusiones reflejen la compleja y sutil realidad geométrica de estas ruinas. Simplemente quiero evidenciar que, con un poco de sentido de observación geométrica (y de manera totalmente lúdica y divertida), es posible obtener algunos resultados que merecen ser estudiados con mayor rigor y detalle con herramientas especializadas.

Aclaro igualmente que desconozco si existen estudios al respecto, pues al no ser arqueólogo no tengo referencias sobre este tema (a pesar de haber realizado una rápida búsqueda bibliográfica). Es probable que estas pocas observaciones sean trivialidades para los especialistas.

Una vez que estos dos puntos han sido aclarados, presentaré rápidamente en esta corta introducción el interés que existe en torno al número de oro y a la raíz cuadrada de dos, ya sea desde el punto de vista matemático como desde el punto de vista arquitectónico.

También haré una breve descripción del sitio arqueológico de Ingapirca que es uno de los mayores y mejor conservados sitios arqueológicos en el sur de los andes ecuatorianos, en donde se mezclaron dos culturas, la cañari y la inca.

Los lectores que desean conocer más sobre las proporciones en arquitectura en general pueden consultar los libros [2], [4] y [5] y los lectores que están interesados en conocer más detalles sobre las ruinas de Ingapirca y la cultura cañari pueden ver [9] y [1].

[1]Laboratoire de Mathématiques et Modélisation d'Evry (LaMME), UMR CNRS 8071
Université d'Evry Val d'Essonne, 23 Boulevard de France, 91037 Evry Cedex, France (diego.chamorro@univ-evry.fr)

La raíz cuadrada de dos y el número de oro

Empecemos con la raíz cuadrada de dos: $\sqrt{2}$. Tal vez la forma más directa de "ver" este número consiste en hacer un poco de geometría. Simplemente consideremos un triángulo rectángulo isósceles ABC, de tal manera que los catetos AC y BC sean de longitud igual a 1. El teorema de Pitágoras nos da entonces la relación $a^2+b^2 = c^2$ y dado que hemos fijado $a = b = 1$ tenemos que $c^2 = 2$, de donde se deduce que $c = \sqrt{2}$.

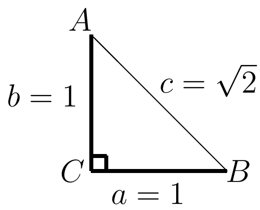

Figura 1: Un triángulo rectángulo isósceles y la raíz cuadrada de dos.

Con este dibujo observamos que la cantidad $\sqrt{2}$ aparece inmediatamente en varias situaciones arquitectónicas. Una pregunta natural es ¿cuál es el valor exacto de este número $\sqrt{2}$? Desde el punto de vista matemático, ésta es una pregunta muy interesante pues no es posible escribir el valor exacto de esta cantidad: en efecto, el número $\sqrt{2}$ es *irracional*, es decir que no puede representarse por medio de una fracción $\frac{p}{q}$ donde p y q son números enteros. Lo que sí podemos hacer es encontrar una aproximación y es posible ver que

$$\sqrt{2} = 1,4142135\ldots \tag{1}$$

El estudio de esta cantidad (cálculo aproximado, demostración de su irracionalidad, etc.) ha suscitado una serie de resultados en diferentes culturas y en épocas muy diversas. No es el objetivo de este corto artículo describir *todas* las propiedades, relaciones y consecuencias matemáticas que se esconden detrás de este número pues eso merecería al menos un libro entero. Indiquemos sin embargo que una de las primeras apariciones conocidas actualmente de este número $\sqrt{2}$ puede encontrarse en una tableta de arcilla babilónica denominada YBC 7289, proveniente del sur del Irak actual, y cuya antigüedad se estima aproximadamente en 3700 años (-1700 A.C.) [6]. Desde estas fechas, muchos matemáticos han trabajado en esta cantidad, relacionándola con otras cantidades y desarrollando teorías que son ahora el fundamento de las matemáticas modernas: en efecto, si bien el problema original es fácilmente entendible en términos geométricos por medio de la Figura 1, también se concibió este número relacionándolo con ecuaciones algebraicas y a partir de ahí con muchos otros conceptos matemáticos.

En este artículo estamos esencialmente interesados en observar si las *proporciones* de las ruinas de Ingapirca contienen este número $\sqrt{2}$: cada vez que encontraremos un rectángulo trataremos de verificar si la relación entre el ancho a y la altura b coïncide (o no) con la cantidad $\sqrt{2}$.

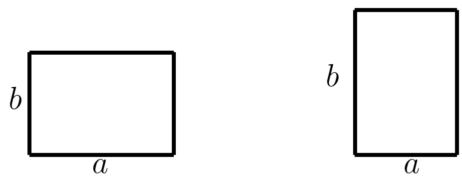

Figura 2: Rectángulos con proporciones en las cuales interviene la raíz cuadrada de dos. En el primer rectángulo se tiene $\frac{a}{b} = \sqrt{2}$ y en el segundo se tiene $\frac{b}{a} = \sqrt{2}$.

En la vida diaria, a modo de ejemplo, este número $\sqrt{2}$ aparece en los formatos de las hojas "A" según la norma ISO 216. Así las hojas de formato A3, A4, A5 tienen todas proporciones en donde interviene la raíz cuadrada de dos: si se divide la altura de cualquiera de estas hojas por su ancho se encontrará (aproximadamente) la cantidad $\sqrt{2}$.

Pasemos ahora al *número de oro*, que también tiene su origen en la geometría y empezaremos con un problema de semejanza entre triángulos. Diremos entonces que dos triángulos son *semejantes* si tienen la misma forma pero no necesariamente el mismo tamaño. Esto puede comprobarse si sus ángulos son iguales o si sus lados son proporcionales. En particular, si consideramos el triángulo ABC dado en la Figura 3 y si notamos la longitud del lado AB por a y la longitud del lado BC por $a+b$, entonces los triángulos ABC y ABD serán semejantes si se tiene la siguiente relación entre a y b:

$$\frac{a}{b} = \frac{a+b}{a}. \tag{2}$$

A esta relación se la conoce como la *proporción áurea*.

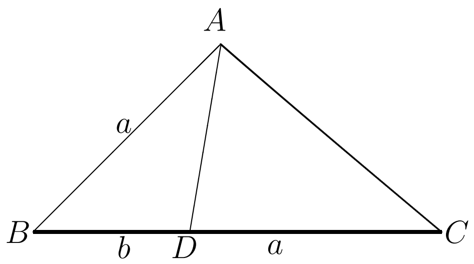

Figura 3: Triángulos semejantes y proporción áurea.

Ahora, si fijamos que $b = 1$ (es decir que la longitud de BD sea igual a uno), entonces a partir de la relación (2) obtenemos $a^2 - a - 1 = 0$, que es una ecuación que admite como solución positiva la cantidad

$$\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}. \tag{3}$$

Este número, que también es irracional como la raíz cuadrada de dos, es conocido como el *número de oro* (pronto veremos por qué) y se lo denota tradicionalmente por la letra Φ. Dado que es un número irracional, no es posible explicitarlo pero se tiene la siguiente aproximación

$$\Phi = 1,61803\ldots \tag{4}$$

Diremos en particular que un rectángulo tiene una proporción áurea si el cuociente entre su ancho a y su altura b satisface la identidad $\frac{b}{a} = \Phi$ o si $\frac{a}{b} = \Phi$:

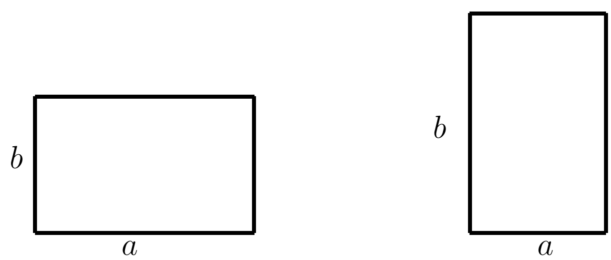

Figura 4: Rectángulos con proporciones en las cuales interviene el número de Oro. En el primer rectángulo se tiene $\frac{a}{b} = \Phi$ y en el segundo se tiene $\frac{b}{a} = \Phi$.

Una vez más, dado que éste es un corto artículo de divulgación, no vamos a detallar todas las propiedades matemáticas de este número de oro ni todas sus aplicaciones que son extremadamente diversas. Nos focalizaremos en realidad en el hecho que esta proporción áurea (2) y el número de oro (3) asociado han sido utilizados intensivamente en diferentes culturas y en diferentes épocas como patrones de *belleza* y *elegancia* (lo que justifica su denominación de proporción áurea) y éste es *precisamente* el punto que deseamos recalcar. En efecto, diferentes artistas, arquitectos y músicos a través de los tiempos han utilizado esta proporción para basar en ella la composición de sus obras, por ejemplo los pintores del renacimiento italiano Sandro Botticelli y Leonardo Da Vinci (por citar únicamente dos de los más famosos y que de alguna manera "redescubrieron" esta proporción) utilizaban el número de oro en sus pinturas. Esta proporción también puede evidenciarse de forma relativamente simple en la arquitectura de diversos monumentos alrededor del mundo y sería casi imposible enumerar todos los edificios que usan esta proporción; indiquemos únicamente que el arquitecto franco-suizo Le Corbusier (1887–1965) utilizó intensivamente el número de oro en sus diferentes obras. Para dar un ejemplo concreto, es posible observar esta proporción en la fachada del Teatro Nacional Sucre de Quito (Figura 5) y, en realidad, es posible evidenciar este número de oro en varios monumentos de la época republicana en el Ecuador.

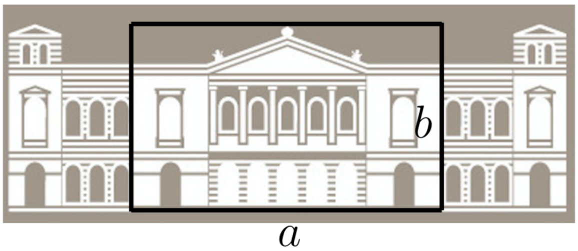

Figura 5: El número de Oro en la fachada del Teatro Nacional Sucre.

Si bien podemos estar seguros que esta proporción fue usada (y sigue siendo usada) por diferentes arquitectos "modernos" (es decir a partir de su redescubrimiento en el renacimiento), la cuestión de saber si esta proporción era usada o no por los arquitectos antiguos puede ser delicada. Sin embargo, más allá de este punto, en este pequeño artículo parto de la premisa de que toda actividad que involucra a cientos o miles de personas para la construcción de grandes edificios (laicos o religiosos) debía estar bien organizada y reflexionada, dicho de otra manera: los arquitectos antiguos sabían lo que hacían y por qué lo hacían y en este proceso debieron buscar proporciones que consideraban armoniosas. Esto me parece bastante claro en el conjunto arquitectónico de Ingapirca que era utilizado con objetivos religiosos y en donde se puede evidenciar que algunos de los edificios eran utilizados con fines de medición astronómica [9].

Breve descripción de Ingapirca

El sitio arqueológico de Ingapirca (*Ingapirka* es una palabra quichua que significa "Muro del Inca") se situa aproximadamente a 3100 metros sobre el nivel del mar, en la provincia del Cañar en los andes del sur del Ecuador y está a unos pocos kilómetros al norte de la ciudad de Azogues, capital de la provincia. Estas ruinas se encuentran estratégicamente entre dos macizos montañosos y permite controlar el paso norte-sur entre dos valles.

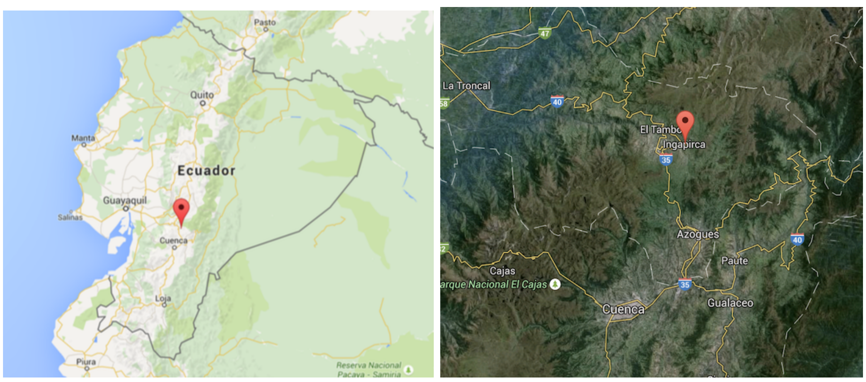

Figura 6: Posicionamiento de las ruinas de Ingapirca (Fuente: google maps).

Ingapirca se encuentra en el centro de lo que se denominaba como la provincia de Jatun Cañar que significa "gran cañar" por lo que se puede pensar que era un centro político o litúrgico importante del pueblo Cañar. El pueblo Cañar ocupó esta zona geográfica desde hace aproximadamente el siglo X y, según cuentan las crónicas, fue uno de los pueblos que más resistencia dio a la invasión inca proveniente del sur. Para más detalles con relacionados con la historia del pueblo Cañar, rogamos al lector consultar [1].

Se presume que el lugar de Ingapirca era un centro ceremonial cañari (que adoraban a la luna) y los incas (que adoraban al sol), al llegar a estas regiones, lograron obtener ya sea un control sobre este territorio, es decir que lo conquistaron tras arduas luchas e impusieron su organización política, ya sea negociaron una alianza con los cañaris y lograron obtener una fusión entre estos dos pueblos. Esto parece explicar, en parte, el hecho que en este sitio arqueológico se cuente con la presencia de dos cultos distintos, el de la luna y el del sol [7], [8].

Desde el punto de vista de la repartición espacial, el sitio está compuesto de dos estructuras principales, denominadas el *templo de la luna* y el *templo del sol* (marcados por A y B respectivamente en la primera imagen de la Figura 6). Estos dos edificios se encuentran sobre promontorios que ofrecen una estupenda visibilidad de los alrededores y están separados por un pequeño valle semi-circular, ligeramente inclinado hacia su interior que posee en su parte superior una serie de edificaciones en ruinas, de las cuales únicamente quedan las bases (indicado con la letra C).

Figura 7: Plano de las ruinas de Ingapirca (Fuente: Internet)

En el templo de la luna (A) se observa una simetría en el plano de este templo. En particular hay una vía que atraviesa todo el templo longitudinalmente que corresponde aproximadamente con una alineación este-oeste y hay segunda vía, ortogonal a la primera, que está alineada norte-sur. En el centro del templo hay una tumba colectiva en donde se encontraron cuerpos de mujeres.

El templo del sol (B) es sin duda la parte más imponente de las ruinas de Ingapirca tanto por su estado de conservación como por su misma construcción: todo el edificio está realizado con piedras perfectamente ajustadas las unas con las otras al estilo inca. En esta pequeñísima presentación, voy a considerar (muy arbitrariamiente) que este templo está divido en dos partes: la parte *baja*, conformada por una serie de cuartos que forman un corredor orientado este-oeste y una parte *alta* que está dada por lo que se llama el *castillo*. Este castillo es una torre elíptica que en su parte superior tiene un pequeño templo de planta rectangular al cual se accede al pasar por una puerta que desenboca en dos escaleras que conducen a la plataforma superior de la masa elíptica. Una de las características más importantes del templo del sol tiene que ver con su forma *elíptica* pues según los expertos (ver [7] y [8]) esta forma geométrica no es común en la arquitectura inca. Esto sugiere, o existe la hipótesis en todo caso, que *antes* del templo incaico del sol existía un templo cañari elíptico y que los incas, al llegar a la zona adoptaron esta forma al construir su templo. Indiquemos que el eje mayor de la elipse está orientado este-oeste mientras que el eje menor de la elipse está orientado norte-sur.

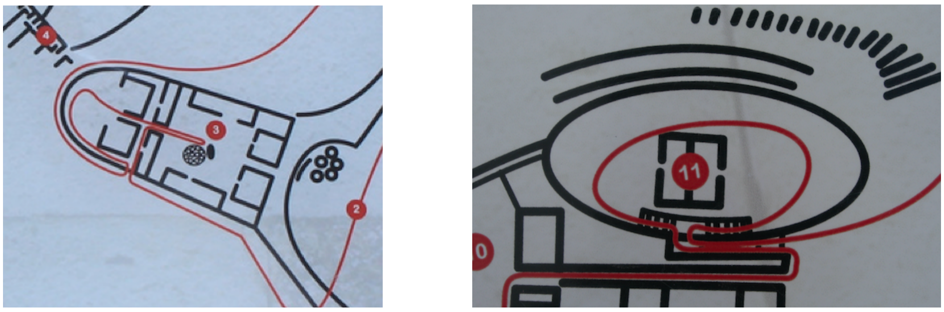

Figura 8: El templo de la luna y el templo del sol. Las líneas rojas y los números rojos corresponden al recorrido establecido por el oficio de turismo (Fuente: fotos del autor).

Una vez que hemos presentado rápidamente el sitio arqueológico de Ingapirca, la pregunta es:

¿qué proporciones pueden *observarse* en la arquitectura de Ingapirca?

Daremos en la sección siguiente algunos elementos de respuesta. Me permito insistir en que únicamente he realizado pocas observaciones y que a partir de ellas he estudiado, muy rudimentariamente, algunas proporciones. Esto *no* constituye ninguna demostración y tampoco implica que estas construcciones fueron diseñadas y edificadas siguiendo estas proporciones: la posible coïncidencia puede darse por un error de mediciones así como por miles de otras razones que desconocemos. Estas mediciones y elucubraciones deben entonces entenderse únicamente como un ejercicio lúdico de geometría en las ruinas de Ingapirca.

2. El método usado y algunas dificultades

Aproximación

En las ruinas de Ingapirca existen diversas formas arquitectónicas y en este artículo *únicamente* me concentraré en los rectángulos. Esto se debe al hecho que, dado que lo único que deseamos es estudiar *proporciones* entre estructuras geométricas, prácticamente todo sistema de medición puede servir para determinar el ancho y la altura de rectángulos y esto simplifica el trabajo. Una vez que se dispone de medidas aproximadas del ancho a y de la altura b del rectángulo observado (en cualquier sistema de unidades) se procede a dividir estas dos cantidades para obtener un número adimensional.

- Si $\frac{b}{a}$ nos da un valor que se *aproxima* a $\Phi = 1,618\ldots$, diremos que las proporciones del rectángulo observado hacen intervenir el número de oro.
- Si $\frac{b}{a}$ nos da un valor que se *aproxima* a $\sqrt{2} = 1,414\ldots$, diremos que las proporciones del rectángulo observado hacen intervenir la raíz cuadrada de dos.

Aquí tenemos un primer problema pues rigurosamente hablando, sería necesario fijar un margen de error mínimo aceptable para el cuociente obtenido. En estas pocas medidas consideraré (de manera totalmente arbitraria) que un rectángulo tiene *aproximadamente* proporciones áureas si el cuociente entre su ancho y su altura es 1,61 $\pm 0,01$. De la misma manera, consideraré que un rectángulo tiene proporciones en las cuales interviene la raíz cuadrada de dos si el cuociente entre su ancho y su altura es aproximadamente igual a 1,41 $\pm 0,01$.

Mediciones

Las dimensiones de los rectángulos fueron medidas de la siguiente forma: realicé varias tomas fotográficas de los objetos que me interesaban de tal manera que el rectángulo obtenido sea lo más perpendicular posible al punto de toma, esto con el objetivo de capturar sin efectos de perspectiva las formas geométricas deseadas (ver la Figura 9 a continuación). A partir de estas imágenes procedí a las mediciones de los lados de los rectángulos utilizando como elemento unidad los pixeles de las fotografías.

Como se observa, esta forma de realizar mediciones es muy rudimentaria y si se dispone de equipos de medición más sofisticados que los míos, sin duda sería posible aumentar la precisión de las medidas. Esto podría tener dos consecuencias: ya sea validar estas primeras aproximaciones, ya sea invalidarlas, y en ambos casos nuestra comprensión del problema avanzaría.

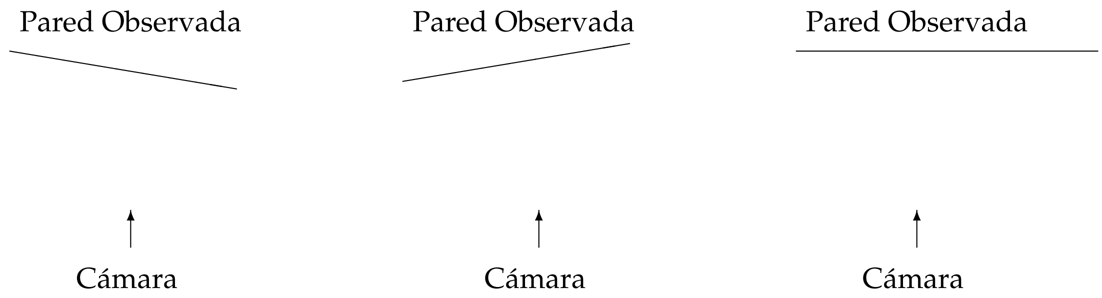

Figura 9: Toma de las imágenes fotográficas. En los dos primeros casos hay efectos de perspectiva, en el último, al ser la toma perpendicular, se obtiene las figuras con las buenas proporciones.

Problemas

Más allá de la forma muy elemental de recuperar las dimensiones de los rectángulos (fuente infinita de errores), el estudio de las proporciones en las ruinas de Ingapirca plantea algunos problemas propios al estado actual de este sitio arqueológico. En efecto, algunas de las estructuras estudiadas (las puertas en particular) no presentan formas regulares y las superficies de los paralelepípedos que se encuentran delimitados por los marcos de piedra no son paralelas y esto hace que la determinación de los rectángulos a estudiar y su medición sea muy difícil. Desconozco las razones por las cuales se tiene esta situación, tal vez esto era algo deseado por los constructores o tal vez sea la consecuencia de deformaciones del terreno (esto es observable en el templo del sol, donde una parte de la estructura empieza a fisurarse). En todo caso, esta situación hace aún más aleatoria la medición de los lados de algunos de los rectángulos que deseamos estudiar. Afortunadamente, este problema solo se encuentra en algunas puertas y no en todos los objetos de nuestro estudio.

Como vemos, el método utilizado para medir los lados de los rectángulos deja mucho que desear desde el punto de vista del rigor científico, pero a pesar de esto, es interesante estudiar -aunque sea de forma muy aproximada- algunas de las proporciones que se pueden encontrar en las ruinas de Ingapirca.

3. La primera puerta

En el templo del sol, estudiamos lo que he denominado la "primera puerta" y que da un acceso, después de un corredor, a las gradas que llevan a la plataforma de la base elíptica. La Figura 10 muestra esta puerta desde el corredor (es decir en una perspectiva oeste-este). Esta puerta tiene una forma muy particular, pues tiene una forma de "T", lo cual aparentemente tampoco es común en la arquitectura inca. Es en esta puerta en donde se evidencia de la forma más pronunciada el hecho que las superficies que delimitan los paralelepípedos encuadrados por las piedras no son paralelas. Además en el rectángulo que forma la parte inferior de la "T", se puede ver que las paredes se ensanchan en la base, de manera que no puede hablarse de un rectángulo propiamente dicho.

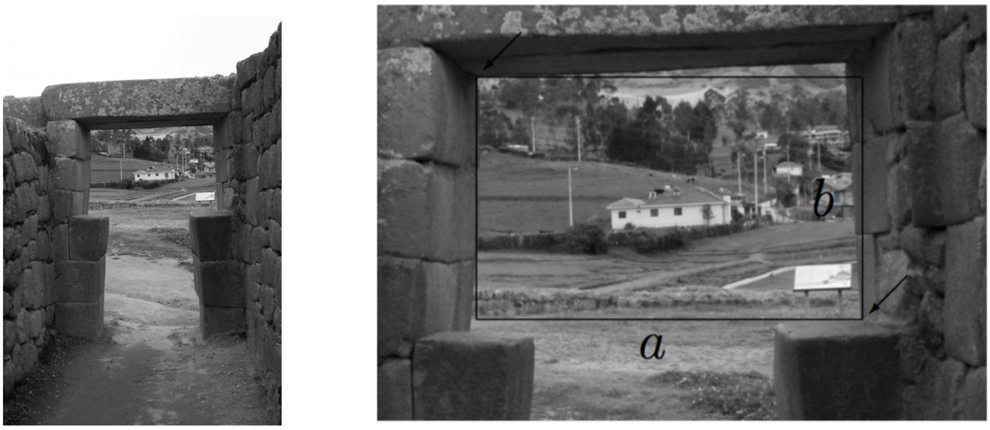

Figura 10: La "primera puerta" y un primer rectángulo.

Por todas estas razones es muy difícil realizar mediciones en esta puerta, sin embargo, si nos concentramos en el primer rectángulo que forma lo que sería la parte horizontal de la "T" y tomamos la diagonal formada por el punto superior izquierdo y el punto inferior derecho de la segunda imagen de la Figura 10 (ver las flechas), tenemos que el ancho, a, mide aproximadamente 967 pixeles y la altura, b, mide aproximadamente 603 pixeles, de manera que se tiene

$$\frac{a}{b} \sim \frac{967}{603} = 1,603$$

es decir que estamos en la *zona de tolerancia* que nos habíamos fijado y, de forma muy aproximada y con una buena dosis de imaginación podemos decir que este primer rectángulo tiene proporciones áureas.

Sin embargo, este rectángulo no corresponde con la superficie delimitada por los muros de piedra, puesto que los muros mismos presentan inclinaciones (estas inclinaciones no se deben a un error en la toma de la fotografía) y esta situación se evidencia muy claramente en la segunda imagen de la Figura 10. ¿A qué se debe estas inclinaciones en los muros? ¿A deformaciones (hundimientos) en el terreno? ¿A inclinaciones voluntarias? ¿Tal vez esta forma de "T" debía proyectarse en una superficie (¿el suelo?) durante los solsticios/equinoccios? Me parece que es muy difícil explicar las razones del estado actual de esta puerta.

En todo caso, éste es un buen ejemplo en donde, forzando un poco la imaginación (y con tanta falta de rigor en las mediciones) se puede *hacer aparecer* prácticamente cualquier cosa. Este método, al no ser científico no debe entonces tomarse por cierto y seguro. En realidad, este tipo de ejercicios geométricos deben ser tomados simplemente como un pasatiempo en la espera de un tratamiento verdaderamente científico del mismo.

4. La segunda puerta

La segunda puerta que estudiamos es la puerta que da acceso a las escaleras que permiten subir a la plataforma elíptica. La estructura de esta puerta presenta superficies más regulares y ortogonales que las de la primera puerta estudiada en la sección anterior.

Figura 11: La “segunda puerta” y un segundo rectángulo.

Cuando medimos el ancho y la altura de este segundo rectángulo, que está delimitado por la esquina superior izquierda y la esquina inferior derecha de la superficie delimitada por la puerta (ver la segunda imagen de la Figura 12), obtenemos aproximadamente $a = 2308$ pixeles y $b = 2643$ pixeles de manera que obtenemos

$$\frac{b}{a} = \frac{2643}{2308} = 1,1451 \tag{5}$$

Observamos aquí que esta cantidad aproximada no corresponde ni con los valores de Φ (1,618. . .) ni con los valores de $\sqrt{2}$ (1,414. . .) y por lo tanto este rectángulo no sigue ninguna de estas proporciones. Sin embargo si calculamos $\frac{\Phi}{\sqrt{2}}$ obtenemos

$$\frac{\Phi}{\sqrt{2}} \sim 1,144 \tag{6}$$

Es bastante sorprendente obtener este resultado en las proporciones de este rectángulo, pues si se tiene (5), esto parecería indicar, de manera muy aproximada, que el ancho a del rectángulo podría identificarse con $\sqrt{2}$ mientras que la altura b se identificaría con Φ.

De verificarse estas mediciones en esta puerta, podríamos eventualmente afirmar que esta construcción utilizó como proporciones tanto el número de oro como la raíz cuadrada de dos, y de esta manera podría decirse que los arquitectos de este edificio poseían conocimientos geométricos que les permitían manipular estas cantidades con comodidad.

5. El templo del sol

Pasamos ahora a la última estructura estudiada en este corto artículo: el templo del sol. Esta edificación se situa encima de la plataforma elíptica y tiene el aspecto de una casa de planta prácticamente cuadrada dividida internamente y de forma simétrica por un muro sin puertas, creando de esta manera dos cuartos que no comunican entre sí: el uno con una puerta abierta al este, el otro con una puerta orientada al oeste. Al interior de estos cuartos existen varios nichos en las paredes en donde se supone que se guardaban ciertas esculturas u otros elementos de culto. Siguiendo [7] y [8], parecería que estos nichos se iluminan con la luz que entra por las puertas al corresponder diferentes épocas del año (solsticios/equinoccios), sirviendo de esta manera de referencias para las ceremonias litúrgicas.

En nuestro caso, nos interesamos más bien en la proporciones que existen en lo que podría llamarse el frontispicio del edificio, orientado totalmente hacia el sur. Se trata entonces de una base rectangular, que es una de las paredes del cuarto situado en la plataforma, y de lo que sería la base del techo del edificio, es decir una parte triangular. El rectángulo considerado está entonces delimitado por la altura del edificio y su base (ver las flechas en la segunda imagen de la Figura 12).

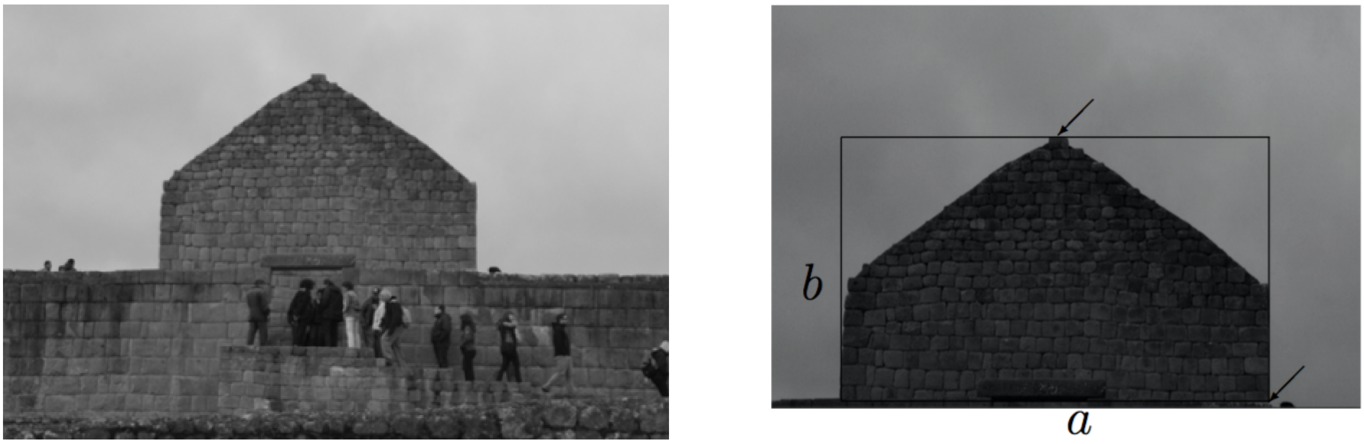

Figura 12: El frontispicio y un tercer rectángulo.

Una vez que hemos delimitado el rectángulo, las mediciones que obtenemos para el ancho son $a = 870$ pixeles y para el alto $b = 540$ pixeles; de tal manera que el cuociente de estas dos magnitudes nos da:

$$\frac{a}{b} = \frac{870}{540} = 1,611 \sim \Phi$$

Este resultado nos indica que este rectángulo posee proporciones aproximadas que hacen intervenir el número de oro.

Evidentemente, a esta construcción habría que añadirle el techo o cubierta (presumiblemente de paja) lo que modificaría levemente las proporciones, pero creo que esto no sería un cambio radical en las proporciones generales del edificio.

Es además interesante notar que este templo debía ser la parte más visible de todo el complejo arqueológico de Ingapirca pues es el edificio más alto. Quizás, por esta misma razón, es que se observa de manera más clara las proporciones áureas en esta edificación.

Conclusiones

Lo único que hemos deseado mostrar en este pequeño artículo es que es posible buscar algunas relaciones geométricas interesantes en la arquitectura pre-colombina. Curiosamente, algunas de estas proporciones se ajustan, muy aproximadamente, a proporciones que hacen intervenir el número de oro y la raíz cuadrada de dos. Sin embargo, esta aseveración no debe tomarse como una verdad científica innegable pues, como vimos, las mediciones y aproximaciones son tales que en ciertos casos (como el de la primera puerta estudiada en la sección 3) no es posible determinar con suficiente exactitud las proporciones usadas.

Estas observaciones tampoco indican el nivel de desarrollo matemático que se disponía al momento de construir Ingapirca: podemos, por ejemplo, suponer que su conocimiento matemático permitía manipular cantidades inconmensurables como la raíz cuadrada de dos y que podían construir de forma deliberada edificios con proporciones muy precisas en las cuales hicieron aparecer el número de oro. Pero también podemos suponer que estas construcciones simplemente correspondieron a la realidad del terreno y que obedecieron a cierto sentido estético sin necesitar de cálculos avanzados ni precisos. Desde este punto de vista, y al no poseer más datos sobre otras ruinas y/o otras fuentes (arqueológicas, etnológicas, etc.), me parece que la discusión sobre el nivel matemático de las culturas de este sector es totalmente abierta.

Lo único que si me atrevería a creer es que estos pueblos debieron tener un conocimiento muy preciso de las fenómenos astronómicos y esto sin duda influenció en sus destrezas matemáticas. ¿En qué medida? Esto tendrá que determinarse por medio de estudios científicos detallados.

Finalmente, con este corto texto, he deseado mostrar cómo es posible estudiar de forma muy simple ciertos edificios arquitectónicos, y si bien esto no permite obtener resultados rigurosos, al menos permite tener otro nivel de lectura sobre las ruinas de Ingapirca.

Agradecimientos. Quiero agradecer al Ing. Walter Verdugo Romero por haberse gentilmente ofrecido en acompañarme a Ingapirca. Sin esta oportunidad, este artículo no hubiera sido escrito.

Referencias

[1] M. Garzón Espinosa, *Cañaris*, 2012.

[2] M. Ia. Guinzbourg, *Le rythme en architecture*, Infolio, 2010.

[3] J.P. Protzen & R. Batson, *Inca architecture and construction at Ollantaytambo*, Oxford University Press, 1993.

[4] R. Vincent, *La géométrie du nombre d'or*, Chalagam Edition, 2001.

[5] S. Vorácová *et al.*, *Atlas Geometrie*, Academia, Praha, 2012.

[6] Wikipedia, *https://fr.wikipedia.org/wiki/YBC_7289*

[7] Ruinas de Ingapirca con Rául Marca (Video, parte 1), *https://www.youtube.com/watch?v=pi-279PjjfM*

[8] Ruinas de Ingapirca con Rául Marca (Video, parte 3), *https://www.youtube.com/watch?v=xlZg8zscj7U*

[9] M. Ziolkowski & R. Sadowski, *Investigaciones arqueo-astronómicas en el sitio de Ingapirca*, Revista N°1 Ingapirca, Comisión del Castillo de Ingapirca, Cañar, 2000.